Modul 7: Teori Graf & Representasi Jaringan

Pemodelan Struktur Topologi dan Algoritma Lintasan Terpendek

Kusuma Web

June 18, 2026

Kusuma Web

Pengantar Teori Graf

Definisi Graf

Sebuah **Graf** $G = (V, E)$ didefinisikan sebagai himpunan simpul/titik (Vertices, V) yang dihubungkan oleh himpunan sisi/garis (Edges, E).

Jenis-Jenis Graf Utama:

- **Graf Tak Berarah (Undirected Graph):** Sisi-sisinya tidak memiliki arah hubungan simetris: $\{u, v\} = \{v, u\}$.
- **Graf Berarah (Directed Graph / Digraph):** Hubungan sisi berarah asimetris: $(u, v) \neq (v, u)$.
- **Graf Berbobot (Weighted Graph):** Tiap sisi diasosiasikan dengan nilai beban/jarak/biaya.

Handshaking Lemma (Teorema Jabat Tangan)

Jumlah derajat dari seluruh simpul pada graf tak berarah selalu bernilai genap, yaitu tepat sama dengan dua kali jumlah sisi graf tersebut:

Representasi Graf dalam Komputer

Untuk memproses graf menggunakan komputer, graf harus disimpan dalam representasi struktur data digital:

1. Matriks Ketenaran (Adjacency Matrix)

Matriks dua dimensi berukuran $|V| \times |V|$ bernilai biner:

$$A[i][j] = \begin{cases} 1, & \text{jika ada sisi dari } v_i \text{ ke } v_j \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

- **Kelebihan:** Pengecekan koneksi instan $\mathcal{O}(1)$.
- **Kekurangan:** Konsumsi memori besar $\mathcal{O}(|V|^2)$.

2. Senarai Ketenaran (Adjacency List)

Array berukuran $|V|$ yang berisi daftar/list simpul yang bertetangga dengannya.

- **Kelebihan:** Hemat memori $\mathcal{O}(|V| + |E|)$, optimal untuk graf renggang (sparse graph).
- **Kekurangan:** Pencarian koneksi lambat $\mathcal{O}(|V|)$.

Lintasan Euler dan Lintasan Hamilton

Dua konsep optimasi lintasan graf yang sangat klasik dan krusial:

Lintasan & Sirkuit Euler

- **Sirkuit Euler:** Lintasan yang melewati **setiap sisi** dalam graf tepat satu kali dan kembali ke simpul asal.
- **Syarat Mutlak (Teorema Euler):** Graf terhubung, dan setiap simpul memiliki derajat genap.

Lintasan & Sirkuit Hamilton

- **Sirkuit Hamilton:** Lintasan yang mengunjungi **setiap simpul** dalam graf tepat satu kali dan kembali ke asal.
- **Kompleksitas Komputasi:** Pencarian sirkuit Hamilton diklasifikasikan sebagai masalah **NP-complete** (sangat sulit diselesaikan secara efisien untuk graf berskala besar).

Implementasi Teori Graf di Industri TI

1. Algoritma Dijkstra (Shortest Path)

Algoritma pencarian lintasan terpendek dari satu simpul asal ke simpul lainnya pada graf berbobot positif:

1. Setel jarak awal semua simpul menjadi tak hingga (∞), kecuali simpul asal bernilai 0.
2. Masukkan seluruh simpul ke dalam antrean prioritas (*Priority Queue*).
3. Ambil simpul u dengan jarak terkecil, lakukan relaksasi sisi terhadap tetangganya v: jika $dist[u] + weight(u, v) < dist[v]$, perbarui nilai $dist[v]$.
4. Ulangi hingga antrean kosong. Kompleksitas: $\mathcal{O}((|V| + |E|) \log |V|)$.

2. Jaringan Sosial & Routing Internet

Representasi hubungan pertemanan di Facebook/LinkedIn disimulasikan sebagai graf raksasa. Protokol routing internet (seperti OSPF) menggunakan graf untuk mengalihkan paket data melalui rute tercepat di jaringan global.